Função Exponencial

por José Carlos M. Araujo

Estudamos as funções polinomiais do 1^o e 2^o graus. Estas funções têm esses nomes por conta da variável (x) estar ocupando expressões que conhecemos por polinômios. Ou seja, $ax + b$ e $ax^2 + bx + c$ são polinômios do 1^o e 2^o graus, respectivamente. Nós ainda as conhecemos por funções linear e quadrática.

Fácil, portanto, entender o que chamaremos de Função exponencial. Isso mesmo, à função cuja variável x encontra-se no expoente será uma função exponencial.

Então, a função $y = 2^{2x-3} + 5$, por exemplo, é uma função exponencial, já que a variável x aparece no expoente. Mas, para simplificar, definiremos por função exponencial toda função da forma $y = a^x$, onde a é uma constante real positiva e diferente de 1.

Para melhor entendimento, vejamos, então, como se comporta a função exponencial $y = 2^x$.

Como não há restrições para o valor de x, experimentemos alguns valores:

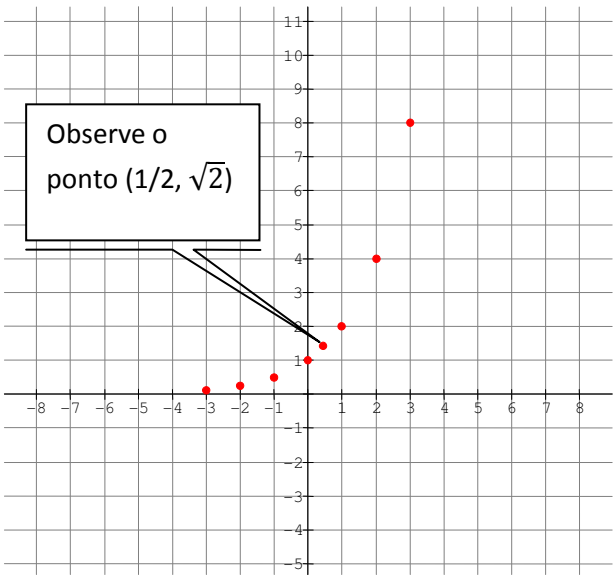
x	y
-3	$2^{-3} = 1/8$
-2	$2^{-2} = 1/4$
-1	$2^{-1} = 1/2$
0	$2^0 = 1$
1	$2^1 = 2$
2	$2^2 = 4$
3	$2^3 = 8$

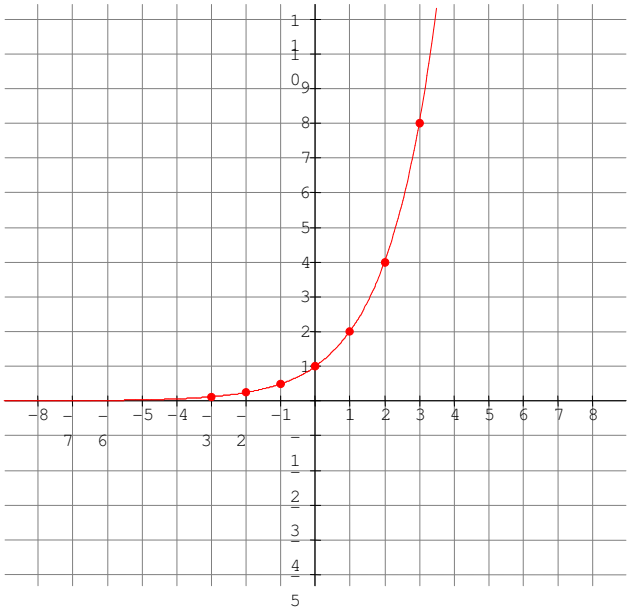
Devo lembrá-los que o expoente NEGATIVO caracteriza INVERSO.

Isto é: a^{-n} é o mesmo que $\frac{1}{a^n}$

No primeiro gráfico visualizamos os pontos que representamos na tabela. Sabemos, no entanto, que estes não são os únicos pontos da função. A variável x pode ser 0,5 por exemplo, e, neste caso, o valor de y será dado por $y = 2^{0,5} = \sqrt{2} \approx 1,414$.

Ah sim! Toda potência de expoente fracionário representa uma raiz. (*lembre-se de que 0,5 é 1/2*)

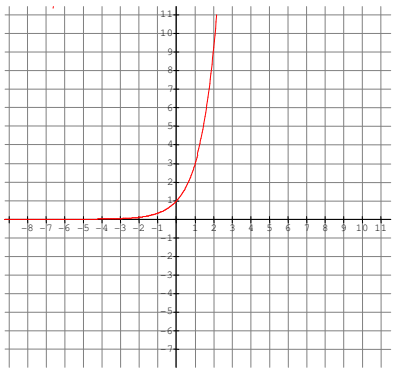




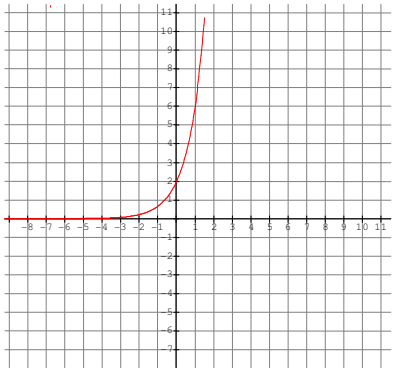
Então, se considerarmos todos os pontos que atendem à função $y = 2^x$, teremos uma infinidade de pontos, com a mesma orientação dos pontos da tabela, e, portanto, seu gráfico será uma curva como a representada na figura 2: uma função crescente, cujo domínio é o conjunto dos reais e cujo conjunto imagem é formado pelos números reais positivos. Observe que a função não chega a assumir o valor zero[1].

Observe algumas funções exponenciais.

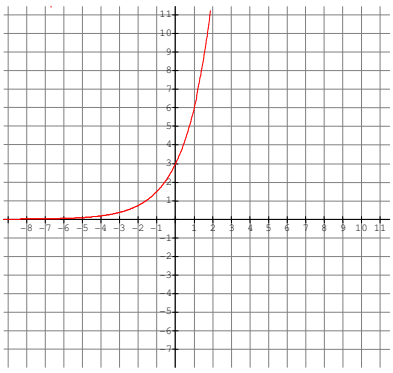
$y = 3^x$



$y = 2.3^x$



$y = 3.2^x$

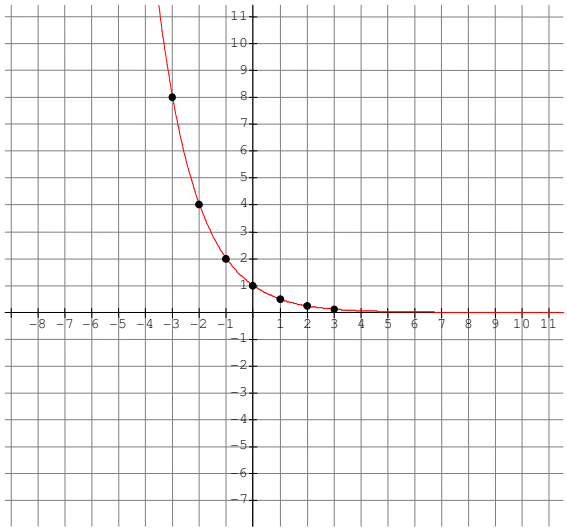


Todas crescentes. Observe que elas não passem pelos mesmos pontos. (*3^x , 2.3^x e 3.2^x são diferentes*)

O comportamento de uma potência modifica-se consideravelmente, dependendo de sua base "a". Potências cujas bases são maiores do que um, são crescentes. Ou seja, 2^x é maior quanto maior é seu expoente. Isso pode ser visto pelo gráfico que acabamos de construir. No entanto, uma potência de base menor do que um, ainda que positiva, será decrescente. Ou seja, com base entre 0 e 1, quanto maior o valor do expoente menor será o valor da potência.

Observe o que acontece com $(1/2)^x$ para os mesmos valores que usamos na função $y = 2^x$.

x	$y = (1/2)^x$
-3	$(1/2)^{-3} = 2^3 = 8$
-2	$(1/2)^{-2} = 2^2 = 4$
-1	$(1/2)^{-1} = 2^1 = 2$
0	$(1/2)^{-0} = 1$
1	$(1/2)^{-1} = 2^{-1} = 1/2$
2	$(1/2)^{-2} = 2^{-2} = 1/4$
3	$(1/2)^{-3} = 2^{-3} = 1/8$



Assim, temos $y = (1/2)^x$: uma função decrescente, cujo domínio é o conjunto dos reais e cujo conjunto imagem é formado pelos números reais positivos. Aqui, também a função não chega a assumir o valor zero.

[1] Uma potência somente dá zero, se sua base é zero.